

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO ALGORITMO DE WANG PARA PROBLEMAS DE CORTE BIDIMENSIONAL RESTRITO.

Dílson Massami Yamamoto Shibata, Andréa Carla Gonçalves Vianna – Ciência da Computação – Bacharelado em Ciência da Computação – Departamento de Computação – Faculdade de Ciências – Campus de Bauru.

O Problema de Corte consiste, genericamente, em cortar unidades maiores (objetos) em unidades menores (itens) de modo a otimizar determinado objetivo, como, por exemplo, minimizar a perda. Esse tipo de problema aparece em diversos processos industriais de corte, tais como no corte de bobinas de papel e alumínio, barras de aço, chapas metálicas e de madeira, placas de circuito impresso, caixas de papelão, rolos de tecido, entre outros.

Análogo ao Problema de Corte, o Problema de Empacotamento consiste em empacotar unidades menores em unidades maiores, otimizando determinada função (por exemplo, minimização do espaço ocioso) e satisfazendo um conjunto de restrições. Exemplos do Problema de Empacotamento ocorrem quando se carregam produtos embalados sobre paletes, ou dentro de contêineres e caminhões.

Estas duas classes de problemas de otimização estão intimamente relacionadas e são tratadas na literatura como Problemas de Corte e Empacotamento (Dyckhoff, 1990). O número de aplicações para os Problemas de Corte e Empacotamento é muito grande. Na literatura existem diversas abordagens para resolvê-los.

Há várias décadas, as indústrias buscam reduzir o desperdício de matéria-prima na produção de seus produtos, de modo a aproveitar melhor a área que será utilizada ou produzida. Geralmente, essas indústrias possuem processos de corte automatizados. Por isso, o Problema de Corte e Empacotamento tem sido amplamente estudado com o objetivo de auxiliar as mais diversas áreas da indústria, considerando sua aplicabilidade no setor produtivo, onde as perdas de materiais no processo de corte podem alcançar níveis elevados.

O Problema de Corte aparece numa diversidade muito grande de casos e, pode ser classificado de acordo com sua dimensão: unidimensional, bidimensional e tridimensional.

No problema de corte unidimensional apenas uma das dimensões é relevante para o processo de corte e, esse problema ocorre, por exemplo, no corte de barras de aço que deve ser cortado ao longo de seu comprimento em peças de comprimento especificado.

No problema de corte bidimensional são relevantes duas dimensões, sendo a geometria neste problema determinante, pois a forma e as medidas do objeto e dos itens determinam o modo como os itens estão arrançados ao longo do objeto (chamado padrão de corte). O problema bidimensional ocorre, por exemplo, no corte de chapas de madeira.

No problema de corte tridimensional, três dimensões são relevantes. Este problema surge, principalmente, na alocação de caixas dentro de caixas maiores.

Na prática, nos problemas aparecem restrições específicas em função dos equipamentos de corte e condições envolvidas no processo, como por exemplo, o corte guilhotinado (quando o corte aplicado em um retângulo gera dois novos retângulos), o problema restrito (quando há limitação no número de itens presentes no padrão de corte), o problema estagiado (quando há limitação no número de estágios: no primeiro estágio, todos os cortes são feitos de forma paralela a um dos lados da placa, no segundo estágio, os cortes são ortogonais aos do estágio anterior e assim por diante), entre outras restrições.

Devido a sua importância e aplicabilidade, vários autores têm proposto abordagens para resolução de Problemas de Corte Bidimensional Restrito, entre eles Wang (1983), Oliveira e Ferreira (1990), Morabito (1989), Morabito et al. (1992), Hifi (1997), Vianna (2000), Cunga et al. (2000) e Hifi (2004).

O Algoritmo de Wang (Wangm 1983) propõe um método combinatório que gera padrões de corte restritos por meio de sucessivas montagens horizontais e verticais de peças retangulares, a fim de obter a placa inicial com mínima perda. Ao invés de enumerar todos os possíveis modelos de corte que podem ser feitos na peça original, o algoritmo combinatório de Wang encontra modelos de corte guilhotinado por sucessivas adições de retângulos. Dada uma entrada de parâmetros para rejeitar adições indesejáveis, o

algoritmo determina limites de erros que medem a proximidade dos melhores modelos para a solução ótima.

A seguir, é apresentado a formulação do Problema de Corte Bidimensional Restrito, assim como a descrição do algoritmo de Wang proposto para sua resolução.

Considere uma placa retangular de altura H e largura W e, n peças retangulares R_i com dimensões $w_i \times h_i$. O problema consiste em determinar o padrão de corte guilhotinado, na placa de dimensões $W \times H$, que gere uma quantidade de cada peça retangular R_i não superior a um limite de demanda b_i , específica para cada peça R_i , e que apresente uma perda mínima (sobra do padrão de corte). O problema é escrito da forma:

$$\begin{aligned} \text{maximizar} \quad & G = \sum_{i=1}^n x_i h_i w_i \\ \text{sujeito a :} \quad & 0 \leq x_i \leq b_i \quad i = 1, \dots, n \\ & x_i \text{ inteiro} \end{aligned}$$

sendo x_i um número inteiro que representa o número de vezes que a peça retangular R_i é arranjada no retângulo $W \times H$. É definido ainda, o padrão guilhotinado G de corte. As sobras do padrão de corte são definidas como a área total das regiões que não contém peça retangular R_i algum.

O algoritmo de Wang propõe a geração de conjuntos de padrões de corte guilhotinado como retângulos contendo combinações dos retângulos R_i . A metodologia empregada para este fim consiste de dois tipos de montagem (Figura 1):

a) Montagem Horizontal: dois retângulos combinados lado a lado horizontalmente;

b) Montagem Vertical: dois retângulos combinados lado a lado verticalmente.

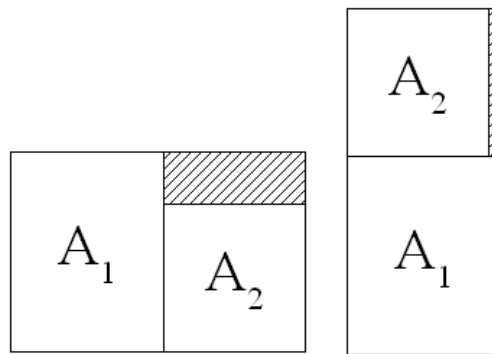


Figura 1 – Montagem horizontal e montagem vertical

Existe ainda um parâmetro para limitar a percentagem máxima aceitável de perda gerada durante a busca pelo plano de corte ótimo.

Desta forma, o algoritmo de Wang pode ser descrito a seguir, sendo dados:

β : parâmetro de rejeição ($0 \leq \beta \leq 1$)

S_k : solução parcial obtida na iteração k

$F(k)$: lista com todas as soluções parciais obtidas na iteração k

$L(k)$: lista contendo todas as soluções parciais obtidas até a iteração k

R_i : peças retangulares i , $i = 1, 2, \dots, n$

```

Leia  $\beta$ ;
 $F(0) := \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ ;
 $L(0) := F(0)$ ;
 $k = 1$ ;
Enquanto  $F(k)$  não for nulo faça
     $k := k + 1$ ;
     $F(k) := \{\}$ ;
    Gere todas as soluções parciais  $S_k$  adicionando todos os elementos de  $F(k-1)$  a todos os
    elementos de  $L(k-1)$ ;
    Para cada  $S_k$  faça
        Se ( $S_k$  não extrapolar a placa retangular)
        e (número de vezes que a peça  $R_i$  aparece em  $S_k \leq b_i$ )
        e (perda em  $S_k \leq \beta.H.W$ ) então
             $F(k) := F(k) + S_k$ ;
     $L(k) := L(k-1) + F(k)$ ;
 $M := k - 1$ ;
Escolha o elemento de  $L(M)$  como menor perda total

```

O algoritmo de Wang está sendo desenvolvido utilizando a linguagem C. A estrutura de dados utilizada para armazenamento dos retângulos intermediários são listas encadeadas e, estão sendo realizados testes do algoritmo proposto com exemplos da literatura.

Referências Bibliográficas

- Cunga, V., Hifi, M., Le Cun, B. Constrained Two-Dimensional Cutting Stock Problems a Best-first Branch-and-bound Algorithm. *International Transactions in Operational Research*. 7, 185-210, 2000.
- Dyckhoff, H. A Typology of Cutting and Packing Problems. *European Journal of Operational Research*. 44, 145-159, 1990.
- Hifi, M. An improvement of Viswanathan and Bagchi's exact algorithm for constrained two-dimensional cutting stock. *Computers and Operations Research*. 24(8), 727-736, 1997.
- Hifi, M. Dynamic Programming and Hill-climbing Techniques for Constrained Two-Dimensional Cutting Stock Problems. *Journal of Combinatorial Optimization*. 8, 65-84, 2004.
- Morabito, R. *Corte de Estoque Bidimensional*. São Carlos: USP, 1989. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1989.
- Morabito, R. *Uma Abordagem em Grafo E/OU para o Problema do Empacotamento: Aplicação ao Carregamento de Paletes e Contêineres*. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1992.
- Morabito, R., Arenales, M.; Arcaro, V. An AND/OR-Graph Approach for Two-Dimensional Cutting Problems. *European Journal of Operational Research*. 58(2), 263-271, 1992.
- Oliveira, J. e Ferreira, J. An improved version of Wang's algorithm for two-dimensional cutting problems. *European Journal of Operational Research*. 44, 256-266, 1990.
- Schildt, H. *C Completo e Total*. 3.ed. São Paulo. Makron, 1997. 830p.

Tenenbaum, A. M., Langsam, Y, Augenstein, M. J. *Estruturas de Dados usando C*. São Paulo. Makron Books, 1995. 884p.

Vianna, A. C. G. *Problema de Corte e Empacotamento: uma Abordagem em Grafo E/OU*. São Carlos: USP, 2000. Tese (Doutorado) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2000.

Wang, P.Y. Two Algorithms for Constrained Two-Dimensional Cutting Stock Problems. *Operations Research* 31 (1983), pp. 573-586.